Analisis Tingkat Kompetitif Liga Sepak Bola Menggunakan Entropi Singular Value Decomposition pada Data Klasemen

Kefas Kurnia Jonathan - 13523113^{1,2}

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13523113@mahasiswa.itb.ac.id, 2kefaskj@gmail.com

Abstrak—Tingkat kompetitif suatu liga menjadi salah satu indikator penting untuk memicu daya tarik dan kesuksesan suatu kompetisi. Liga yang terlalu didominasi oleh satu atau dua tim akan cenderung membosankan karena kurangnya persaingan. Penelitian ini menggunakan Singular Value Decomposition (SVD) dan perhitungan entropi untuk menganalisis tingkat kompetitif liga sepak bola dengan data klasemen pada akhir musim. SVD digunakan untuk mendekomposisi matriks kinerja tim menjadi nilai singular, yang kemudian digunakan untuk perhitungan entropi untuk evaluasi tingkat kompetitif suatu liga. Analisis dilakukan pada lima liga top Eropa—Premier League, LaLiga, Serie A, Bundesliga, dan Ligue 1-dengan hasil menunjukkan Premier League sebagai liga paling kompetitif dibandingkan liga lainnya. Penelitian ini melibatkan pendekatan kuantitatif vang digunakan untuk mengukur kompetifitas liga sepak bola dan juga sebagai kontribusi untuk memahami dinamika persaingan tim.

Kata Kunci—Kompetitif Liga Sepak Bola, Singular Value Decomposition, Entropi, Klasemen Liga.

I. PENDAHULUAN

Dalam sebuah pertandingan sepak bola, tingkat kekompetitifan suatu liga sepak bola menjadi salah satu faktor yang dapat menentukan daya tarik penonton terhadap pertandingan di liga tersebut. Jika suatu liga atau kompetisi didominasi oleh satu atau beberapa tim saja, maka liga tersebut akan kehilangan daya tariknya karena membosankan. Sebagai contoh, pada liga Jerman -Bundesliga, tim Bayern Munchen tercatat 9 kali menjuarai liga tersebut dalam 10 tahun terakhir. Contoh lainnya dapat kita lihat pada liga Perancis - Ligue 1, tim Paris Saint-Germain berhasil meraih mahkota sebanyak 8 kali dalam 10 tahun terakhir. Oleh karena itu, pengukuran tingkat kompetitif suatu liga diperlukan untuk analisis lebih lanjut. Dalam hal ini, metode kuantitatif dapat menjadi sarana untuk mengetahui distribusi kemampuan setiap tim pada suatu liga.

Salah satu pendekatan yang bisa digunakan untuk menganalisis hal ini, dipelajari dalam mata kuliah IF2123 – Aljabar Linier dan Geometri, yaitu dekomposisi nilai singular, atau Singular Value Decomposition (SVD). SVD adalah alat matematika yang memfaktorkan suatu matriks menjadi beberapa komponen utama yang bisa digunakan sebagai representasi struktur data. Nilai singular yang dihasilkan dari dekomposisi SVD dapat digunakan untuk mengukur distribusi suatu kompetisi. Sehingga, jika

dikombinasikan dengan perhitungan entropi, kita dapat melihat tingkat kompetitif suatu liga sepak bola, maupun kompetisi lainnya.

Oleh karena itu, makalah ini bertujuan untuk mengaplikasikan Singular Value Decomposition dan entropi untuk mengukur tingkat kompetitif suatu liga sepak bola. Menggunakan data klasemen beberapa liga terbaik di Eropa, diharapkan makalah ini akan menunjukkan analisis kuantitatif yang berguna bagi pihak yang terkait.

Makalah ini dibagi menjadi 5 bagian utama, yaitu pendahuluan dan landasan teori yang berisikan teori dan formula yang digunakan dalam makalah ini. Setelah itu, dilanjutkan ke metode penelitian dan hasil analisisnya. Terakhir, diberikan kesimpulan terkait keseluruhan makalah ini, dan saran jika ingin meneruskan penelitian ini untuk kedepannya.

II. LANDASAN TEORI

A. Teori Singular Value Decomposition

A.1. Definisi Dekomposisi Matriks

Dekomposisi matriks adalah sebuah proses pemfaktoran matriks menjadi beberapa penjumlahan atau perkalian matriks lainnya [1]. Dengan demikian produk yang dihaslikan dari dekomposisi matriks, jika dikalikan atau dijumlahkan akan menghasilkan matriks awal sebelum didekomposisi. Misalkan A, menjadi hasil kali dari sejumlah matriks lain, $P_1, P_2, ..., P_k$, sehingga:

$$A = P_1 \times P_2 \times \ldots \times P_k$$

Dalam dekomposisi matriks, terdapat beberapa metode seperti:

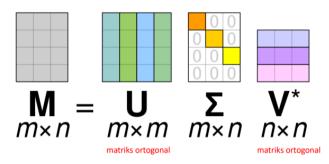
- 1. Metode dekomposisi LU
- 2. Metode dekomposisi QR
- 3. Metode dekomposisi nilai singular (singular value decomposition SVD).

A.2. Definisi Singular Value Decomposition

Singular Value Decomposition (SVD) adalah salah satu metode pemfaktoran untuk matriks yang bukan matriks bujursangkar [1]. SVD mengurai matriks A berukuran m \times n menjadi matriks U, \sum , dan V, sedemikian rupa sehingga terbentuk:

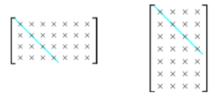
$$A = U \sum V^T$$

dengan U adalah matriks ortogonal $m \times m$, V adalah matriks ortogonal $n \times n$, dan \sum adalah matriks berukuran $m \times n$ yang elemen-elemen diagonal utamanya merupakan nilai-nilai singular dari matriks A, sedangkan elemen lainnya adalah 0. Matriks ortogonal merupakan matriks yang setiap kolom-kolomnya adalah vektor yang saling ortogonal satu sama lain. Jika vektor-vektor pada kolom tersebut merupakan vektor satuan, maka matriks tersebut dinamakan juga matriks ortonormal. Ilustrasi dari dekomposisi matriks menggunakan metode SVD dapat dilihat sebagai berikut.



Gambar 1. Ilustrasi Singular Value Deecomposition Sumber:https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri /2023-2024/Algeo-21-Singular-value-decomposition-Bagian1-2023.pdf, diakses pada 30/12/2024

Diagonal utama sebuah matriks pada sebuah bujur sangkar adalah elemen-elemen diagonal pada matriks tersebut. Akan tetapi, untuk matriks yang bukan bujursangkar (matriks $m \times n$), diagonal utama matriks tersebut didefinisikan pada garis yang dimulai dari sudut kiri atas, hingga ke bawah sejauh mungkin.



Gambar 2. Ilustrasi diagonal utama matriks $m \times n$ Sumber:https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri /2023-2024/Algeo-21-Singular-value-decomposition-Bagian1-2023.pdf, diakses pada 30/12/2024

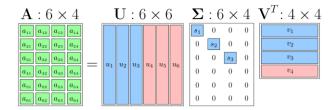
Sedangkan nilai-nilai singular matriks adalah akar dari nilai eigen matriks tersebut. Misalkan A adalah matriks m \times n, jika $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ adalah nilai eigen dari A^TA , maka nilai-nilai singular matriks A adalah:

$$\sigma_1 = \sqrt{\lambda_1}, \ \sigma_2 = \sqrt{\lambda_2}, \ \dots, \ \sigma_n = \sqrt{\lambda_n}$$

dengan asumsi $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ..., \geq \lambda_n \geq 0$ sehingga $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq ... \geq \sigma_n \geq 0.$

A.3. Dekomposisi Singular Value Decomposition

SVD dapat mengurai sebuah matriks A dengan ukuran $m \times n$ yang memiliki rank k, menjadi tiga komponen yaitu vektor-vektor singular kiri (U), nilai-nilai singular (\sum), dan vektor-vektor singular kanan (V^T) [1]. Penguraiannya dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 3. Ilustrasi Dekomposisi SVD Sumber: https://truetheta.io/concepts/linear-algebra/svd-and-the-fundamental-theorem-of-linear-algebra/, diakses pada 30/12/2024

Salah satu cara untuk menghitung SVD adalah menghitung vektor singular kiri dan vektor singular kanan secara terpisah. Untuk vektor singular kiri, hitung nilainilai eigen dari matriks AA^T , dengan $\operatorname{rank}(A) = k = \operatorname{banyaknya}$ nilai-nilai eigen bukan nol pada AA^T . Kemudian, tentukan vektor-vektor eigen $u_1, u_2, ..., u_m$ yang koresponden dengan nilai-nilai eigen dari AA^T dan dinormalisasi dengan pembagian panjang vektor, untuk memperoleh mariks U.

Untuk vektor singular kanan, pertama hitung nilai-nilai eigen dari A^TA , kemudian ditentukan nilai-nilai singularnya. Setelah itu, tentukan vektor eigen $v_1, v_2, ..., v_n$ yang koresponden dengan nilai-nilai eigen A^TA dan dinormalisasi juga untuk memperoleh matriks V. Matriks V ditranspose agar menjadi matriks V^T . Terakhir, bentuk matriks Σ berukuran $m \times n$ dengan elemen-elemen diagonalnya adalah nilai-nilai singular bukan nol dari matriks A. Dengan demikian, terbentuklah $A = U \Sigma V^T$.

B. Teori Entropi dalam Analisis Data

B.1. Definisi Entropi dalam Analisis Data

Dalam analisis data, entropi adalah sebuah konsep yang sering digunakan untuk mengukur tingkat ketidakpastian atau kekacauan dalam suatu sistem informasi. Pada dasarnya, konsep ini mengukur seberapa banyak informasi baru yang terdapat pada sebuah peristiwa. Menurut Claude Shannon, penemu konsep entropi informasi, entropi dapat didefinisikan sebagai bentuk matematika yang dapat dihitung. Dalam kehidupan sehari-hari, kasus ketidakpastian (entropi), membuat pengalaman lebih menarik karena hasil yang tidak bisa diprediksi dalam menonton olahraga, film, maupun permainan.

Entropi berperan penting dalam banyak bidang kehidupan, contohnya teori informasi, *machine learning* dan *data mining*, analisis matriks SVD, dan lainnya. Pada teori informasi, entropi dapat digunakan untuk menentukan panjang kode optimal dalam pengkodean Huffman atau kompresi data. Dalam *machine learning* dan *data mining*, entropi digunakan untuk seleksi dan mengevaluasi kualitas cluster. Pada analisis SVD, entropi dapat digunakan untuk mengukur nilai singular. Semakin merata distribusi nilail singular, maka akan semakin tinggi entropinya.

B.2. Hubungan Entropi dengan Penelitian

Penelitian ini menggunakan entropi untuk mengukur distribusi nilai singular dari matriks hasil dekomposisi

SVD. Formula yang digunakan untuk mencari nilai entropi adalah sebagai berikut:

$$H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log (p_i)$$

Dengan:

- $p_i = \frac{\sigma_i}{\sum_{j=1}^n \sigma_j}$ adalah proposi nilai singular σ_i terhadap total nilai singular, dan
- H adalah nilai entropi yang merepresentasikan tingkat keseimbangan dalam distribusi nilai singular.

Nilai entropi dapat digunakan untuk mengukur distribusi kekuatan tim pada suatu kompetisi atau liga. Jika nilai entropi tinggi, maka menunjukkan bahwa distribusi kompetisi di liga lebih merata dan liga tersebut lebih kompetitif. Sedangkan nilai entropi yang rendah menunjukkan kompetisi atau liga lebih didominasi oleh satu atau beberapa tim lainnya. Ketika semua p_i memiliki nilai yang sama, artinya entropi maksimum dan menunjukkan distribusi yang merata. Sebaliknya, entropi minimum terjadi ketika hanya satu p_i yang signifikan, menunjukkan adanya dominasi.

C. Konsep Kompetitif dalam Liga Sepak Bola

C.1. Definisi Kompetitif dalam Liga Sepak Bola

Kompetitif dalam suatu liga sepak bola menggambarkan tingkat keseimbangan dan kerataan kekuatan antara satu tim dengan yang lainnya. Semakin kompetitif suatu liga atau kompetisi, maka akan semakin sulit diprediksi pemenang dari liga tersebut. Sebaliknya, jika tidak kompetitif, penggemar atau penonton dapat menebak dari awal siapa yang akan memenangkan kompetisi tersebut. Oleh karena itu, tingkat kompetitif suatu liga sangat berpengaruh terhadap daya tarik penonton, sponsor, maupun media.

C.2. Faktor Kompetitif dalam Liga Sepak Bola

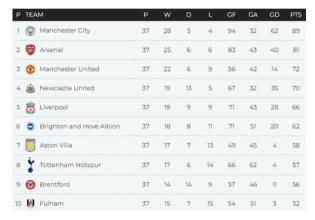
Tingkat kompetitif dalam liga sepak bola dapat ditentukan dari berbagai faktor sebagai berikut:

- Kesetaraan Performa Tim
 Performa tim dinilai menjadi satu faktor penentu
 tingkat kompetitif berdasarkan kemampuan
 menyerang (gol yang dicetak), dan bertahan (gol
 yang dicetak lawan), dan konsistensi hasil
 pertandingan.
- Dominasi Tim pada Liga Sebuah liga dianggap kompetitif jika menunjukkan persaingan ketat yang dapat dilihat dari minimnya selisih poin antar setiap tim dalam liga tersebut. Sebaliknya, jika terdapat satu atau dua tim yang mendominasi, maka liga tersebut dapat dikatakan tidak kompetitif.
- 3. Jumlah Pemenang

Jumlah pemenang yang berbeda pada setiap musimnya dapat menunjukkan tingkat kompetitif suatu liga. Liga dengan jumlah pemenang yang banyak dalam beberapa musim terakhir dapat dikatakan lebih kompetitif.

D. Hubungan SVD dengan Kompetitif Liga

Singular Value Decomposition (SVD) dapat memberikan pendekatan sistematis untuk mengukur tingkat kompetitif suatu liga. Hal ini dapat dicapai dengan mencari distribusi nilai singular matriks yang merepresentasikan kinerja tim. Dalam konteks liga sepak bola, matriks tersebut dapat berisi poin di akhir musim, gol yang dicetak ke gawang lawan (GF), gol yang lawan cetak ke gawang tim tersebut (GA), dan selisih gol (GD).



Gambar 4. Contoh Klasemen Liga Sepak Bola

Matriks tersebut didekomposisi menggunakan SVD yang menghasilkan matriks U, menggambarkan kontribusi tim-tim di liga, matriks Σ dengan nilai singular untuk merepresentasikan tingkat dominasi atau kontribusi relatif masing-masing dimensi, serta matriks V^T , yang menggambarkan hubungan antara variabel kerja. Nilai singular σ_i dapat menunjukkan bagaimana kinerja tim tersebut dipengaruhi oleh masing-masing dimensi. Oleh karena itu, distribusi σ_i dapat digunakan untuk mengukur tingkat kompetitif suatu liga.

III. METODE PENELITIAN

A. Data dan Variabel

Penelitian ini menggunakan data kinerja tim di akhir musim liga sepak bola yang mencakup:

- Poin: total poin yang didapat tim pada akhir musim
- Gol yang dicetak (GF): total gol yang dicetak tim ke gawang lawan
- Gol yang dicetak tim lawan (GA): total gol yang dicetak lawan ke gawang tim

 Selisih gol (GD): selisih GA dan GF pada setiap tim

Penelitian ini menggunakan data klasemen akhir musim 2023-2024 yang diambil dari Eurosport. Baris merepresentasikan masing-masing tim, dan kolom merepresentasikan variabel kinerja.

Tabel 1. Klasemen Akhir Premier League (Inggris)

Nama Tim	GF	GA	GD	PTS
Manchester City	96	34	62	91
Arsenal	91	29	62	89
Liverpool	86	41	45	82
Aston Villa	76	61	15	68
Tottenham Hotspur	74	61	13	66
Chelsea	77	53	14	63
Newcastle United	85	62	23	60
Manchester United	57	58	-1	60
West Ham United	60	74	-14	52
Crystal Palace	57	58	-1	49
Brighton	55	62	-7	48
Bournemouth	54	67	-13	48
Fulham	55	61	-6	47
Wolves	50	65	-15	46
Everton	40	51	-11	30
Brentford	56	65	-9	39
Nottingham Forest	49	67	-18	32
Luton Town	52	85	-33	26
Burnley	41	78	-37	24
Sheffield United	35	104	-69	16

Tabel 2. Klasemen Akhir Bundesliga (Jerman)

Nama Tim	GF	GA	GD	PTS
Bayer 04 Leverkusen	89	24	65	90
VFB Stuttgart	78	39	39	73
FC Bayern Munich	94	45	49	72
RB Leipzig	77	39	38	65
Borussia Dortmund	68	43	25	63
Eintracht Frankfurt	51	50	1	47
TSG 1899 Hoffenheim	66	66	0	46
FC Heidenheim	50	55	-5	42
Werder Bremen	48	54	-6	42
SC Freiburg	45	58	-13	42
FC Augsburg	50	60	-10	39
VFL Wolfsburg	41	56	-15	37
FSV Mainz 05	39	51	-12	35
Borussia M'Gladbach	56	67	-11	34
FC Union Berlin	33	58	-25	33
VFL Bochum	42	74	-32	33
FC Koln	28	60	-32	27
SV Darmstadt 98	30	86	-56	17

B. Prosedur Analisis

Data yang didapatkan dapat disusun menjadi matriks A berukuran $m \times n$, dengan setiap elemen a_{ij} menunjukkan nilai kinerja tim i untuk variabel j. Data yang didapatkan pada bagian A, dapat disusun menjadi matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} GF_1 & GA_1 & GD_1 & PTS_1 \\ GF_2 & GA_2 & GD_2 & Pts_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ GF_m & GA_m & GD_m & Pts_m \end{bmatrix}$$

Sehingga, data dari tabel tersebut dapat juga dituliskan menjadi dua buah matriks A dan B sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 96 & 34 & 62 & 91 \\ 91 & 29 & 62 & 89 \\ 86 & 41 & 45 & 82 \\ 76 & 61 & 15 & 68 \\ 74 & 61 & 13 & 66 \\ 77 & 53 & 14 & 63 \\ 85 & 62 & 23 & 60 \\ 57 & 58 & -1 & 60 \\ 60 & 74 & -14 & 52 \\ 57 & 58 & -1 & 49 \\ 55 & 62 & -4 & 48 \\ 54 & 67 & -13 & 48 \\ 55 & 61 & -6 & 47 \\ 50 & 65 & -15 & 46 \\ 40 & 51 & -11 & 30 \\ 56 & 65 & -9 & 39 \\ 49 & 67 & -18 & 32 \\ 52 & 85 & -33 & 26 \\ 41 & 78 & -37 & 24 \\ 35 & 104 & -69 & 16 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 89 & 24 & 65 & 90 \\ 78 & 39 & 39 & 73 \\ 94 & 45 & 49 & 72 \\ 77 & 39 & 38 & 65 \\ 68 & 43 & 25 & 63 \\ 51 & 50 & 1 & 47 \\ 66 & 66 & 0 & 46 \\ 50 & 55 & -5 & 42 \\ 48 & 54 & -6 & 42 \\ 45 & 58 & -13 & 42 \\ 50 & 60 & -10 & 39 \\ 41 & 56 & -15 & 37 \\ 39 & 51 & -12 & 35 \\ 56 & 67 & -11 & 34 \\ 33 & 58 & -25 & 33 \\ 42 & 74 & -32 & 33 \\ 28 & 60 & -32 & 27 \\ 30 & 86 & -56 & 17 \end{bmatrix}$$

Matriks ini kemudian didekomposisi menggunakan SVD menjadi tiga komponen utama, yaitu:

$$A = U \sum V^T$$

Dengan:

- U adalah matriks ortogonal $(m \times m)$ yang merepresentasikan kontribusi tim.
- \sum adalah matriks diagonal $(m \times n)$ yang berisi nilai singular $(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_k)$
- V^T adalah matriks ortogonal $(n \times n)$ yang merepresentasikan kontribusi variabel kinerja.

Distribusi nilai singular matriks \sum digunakan untuk menghitung entropi (H), sebagai alat pengukur tingkat kompetitif suatu liga.

Rumus:

$$H = -\sum_{i=1}^n p_i \log{(p_i)}$$
 Dengan $p_i = \frac{\sigma_i}{\sum_{i=1}^n \sigma_i}$

C. Perhitungan

Untuk memudahkan perhitungan dan visualisasi, pada penelitian ini dibuat kode *python* yang mampu membaca data klasemen sebuah liga dalam format csv, kemudian melakukan perhitungan SVD, menampilkan matriks U, matriks \sum , serta matriks V^T , menampilkan nilai-nilai singular dari matriks \sum , serta memberikan hasil perhitungan entropi dari klasemen liga tersebut.

Kode python dibuat dengan bantuan pustaka pandas

untuk membaca data yang disimpan dalam *csv*, serta pustaka numpy untuk memudahkan perhitungan matrix SVD dan pencarian nilai entropi. Hasil eksekusi program dapat dilihat pada gambar-gambar di bawah ini.

```
Masukkan nama file CSV (contoh: data_liga.csv): premier.csv
Masukkan nama file output (contoh: hasil_svd.txt): premier.txt
        Team GF GA GD Points
Manchester City 96 34 62 91
                Liverpool 86
    Tottenham Hotspur 74
Chelsea 77
      Newcastle United 85
     Manchester United 57
       West Ham United 60
             Brighton 55
Bournemouth 54
                    Fulham
                    Wolves 50
                  Everton 40
                Brentford 56
    Nottingham Forest 49
Luton Town 52
      Burnley 41 78 -37
Sheffield United 35 104 -69
Matriks U tidak ditampilkan karena sangat panjang.
Matriks Sigma:
 [0.000, 184.581, 0.000, 0.000], [0.000, 0.000, 21.325, 0.000], [0.000, 0.000, 0.000, 5.559],
 [0.000, 0.000, 0.000, 0.000]
[0.000, 0.000, 0.000, 0.000]
 [0.000, 0.000, 0.000, 0.000]
[0.000, 0.000, 0.000, 0.000]
 [0.000, 0.000, 0.000, 0.000], [0.000, 0.000, 0.000, 0.000, 0.000]
 [0.000, 0.000, 0.000, 0.000], [0.000, 0.000, 0.000]
Nilai Singular (Sigma):
Matriks V Transpose:
[[-0.622, -0.580, -0.037, -0.524], [0.199, -0.550, 0.745, 0.320],
 [-0.504, -0.152, -0.316, 0.789],
[-0.565, 0.581, 0.586, -0.014]]
Nilai Entropy: 1.1008596558886925
```

Gambar 5. Hasil Eksekusi Program Python untuk Data Premier League pada Bagian A

```
Contoh Liga Laliga

Nilai Singular (Sigma):
[401.883, 147.904, 29.007, 0.000]

Matriks V Transpose:
[[-0.589, -0.534, -0.056, -0.604],
[0.162, -0.581, 0.744, 0.287],
[0.541, 0.209, 0.332, -0.743],
[0.577, -0.577, -0.577, 0.000]]

Nilai Entropy: 1.0848475141859915
```

Gambar 6. Hasil Eksekusi Program Python untuk Data Lain – Laliga [6]

```
Masukkan nama file CSV (contoh: data_liga.csv): bundesliga.csv
Masukkan nama file output (contoh: hasil_svd.txt): bundesliga.txt
                     Nama Tim GF GA GD PTS
     Bayer 04 Leverkusen 89 24 65
         VFB Stuttgart 78 39 39
FC Bayern Munich 94 45 49
RB Leipzig 77 39 38
        Borussia Dortmund 68
     Eintracht Frankfurt 51 50
     TSG 1899 Hoffenheim 66 66
FC Heidenheim 50 55
             Werder Bremen 48 54
               SC Freiburg 45 58 -13
               FC Augsburg 50 60 -10
             VFL Wolfsburg 41 56 -15
              FSV Mainz 05 39 51 -12
     Borussia M'Gladbach 56 67 -11
          FC Union Berlin 33 58 -25
          VFL Bochum 42 74 -32
FC Koln 28 60 -32
SV Darmstadt 98 30 86 -56
Matriks U tidak ditampilkan karena sangat panjang.
Matriks Sigma:
[[389.030, 0.000, 0.000, 0.000], [0.000, 166.787, 0.000, 0.000], [0.000, 0.000, 21.084, 0.000],
 [0.000, 0.000, 0.000, 0.000],
[0.000, 0.000, 0.000, 0.000],
 [0.000, 0.000, 0.000, 0.000]
[0.000, 0.000, 0.000, 0.000]
 [0.000, 0.000, 0.000, 0.000], [0.000], [0.000]
 [0.000, 0.000, 0.000, 0.000]
Nilai Singular (Sigma):
Matriks V Transpose:
[[-0.625, -0.568, -0.057, -0.532],
[0.215, -0.550, 0.766, 0.253],
[0.479, 0.202, 0.277, -0.808],
[-0.577, 0.577, 0.577, 0.000]]
Nilai Entropy: 1.0754008175127296
```

Gambar 7. Hasil Eksekusi Program Python untuk Data Bundesliga pada Bagian A

```
Contoh Liga Serie A

Nilai Singular (Sigma):
[394.559, 158.024, 26.644, 0.000]

Matriks V Transpose:
[[-0.585, -0.538, -0.047, -0.605],
[0.169, -0.576, 0.745, 0.292],
[-0.544, -0.213, -0.331, 0.741],
[-0.577, 0.577, 0.577, 0.000]]

Nilai Entropy: 1.0928965837914717
```

Gambar 8. Hasil Eksekusi Program Python untuk Data Lain – Serie A
[6]

```
Contoh Liga Ligue 1

Nilai Singular (Sigma):
[342.468, 110.869, 20.192, 0.000]

Matriks V Transpose:
[[-0.586, -0.553, -0.033, -0.591],
[0.203, -0.555, 0.758, 0.276],
[-0.531, -0.230, -0.301, 0.758],
[-0.577, 0.577, 0.577, -0.000]]

Nilai Entropy: 1.022600142980327
```

Gambar 8. Hasil Eksekusi Program Python untuk Data Lain – Ligue 1

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Hasil

Berdasarkan eksekusi program pada bagian C di bab IV, dapat dilihat bahwa setiap data liga dapat dijadikan matriks berukuran $m \times 4$ (tergantung banyaknya tim pada liga tersebut), kemudian bisa diuraikan dengan metode SVD. Untuk setiap hasil uraian SVD pada bagian matriks \sum , dapat ditentukan nilai-nilai singularnya, dan nilai singular ini dapat digunakan untuk mencari nilai entropi.

Nilai entropi setiap liga yang didapatkan dari eksekusi program *python* yang telah dibuat dapat dilihat pada tabel berikut:

No.	Nama Liga	Asal	Nilai Entropi
1	Premier League	Inggris	1,1008
2	Serie A	Italia	1,0928
3	LaLiga	Spanyol	1,0848
4	Bundesliga	Jerman	1,0754
5	Ligue 1	Perancis	1,0226

Tabel 3. Hasil Entropi 5 Liga Top Eropa

Dapat dilihat bahwa $H_{PremierLeague} > H_{SerieA} > H_{LaLiga} > H_{Bundesliga} > H_{Ligue}$, dengan jarak yang tidak terlalu jauh.

B. Pembahasan

Nilai entropi yang diperoleh dari kelima liga top Eropa tersebut menunjukkan adanya pola kompetitifitas yang berbeda dari setiap liganya. Meskipun perbedaan nilai entropi pada setiap liga tidak terlalu jauh, urutan besar entropi ini mencerminkan tingkat kompetitif yang bertahap. Semakin besar nilai entropi, maka semakin kompetitif liga tersebut.

Premier League mendapatkan nilai entropi yang paling besar dibanding keempat liga lainnya (1,1008), membuktikan bahwa setidaknya pada musim 2023/2024, liga Inggris ini adalah liga yang paling kompetitif. Hasil ini menunjukkan distribusi kekuatan tim lebih merata di banding liga lainnya. Hal ini didukung dengan banyaknya tim yang bersaing untuk posisi atas yang menyebabkan distribusi poin maupun gol lebih seimbang. Tidak heran jika menurut KhelNow [5], English Premier League menjadi liga dengan penonton terbanyak di dunia, meraih 643 juta penonton setiap pertandingan.

Liga Italia – Serie A tingkat kompetitifnya sedikti lebih rendah dibandingkan Premier League, mencerminkan keberadaan beberapa tim dominan seperti Inter Milan, Juventus, AC Milan, Napoli, namun tetap ada persaingan tim-tim papan menengah. Di bawahnya terdapat LaLiga, liga asal Spanyol yang menunjukkan distribusi kekuatan tim lebih terpusat, dengan Real Madrid dan Barcelona sering mendominasi liga, meskipun Atletico Madrid dan beberapa tim lainnya juga dapat bersaing di tingkat tertentu.

Bundesliga memiliki nilai entropi yang lebih rendah dibanding LaLiga, mencerminkan adanya dominasi satu tim pada musim tersebut. Meskipun pada musim 2023/2024 Bayer Leverkusen mematahkan dominasi Bayern Munchen dalam 10 tahun terakhir, dapat dilihat bahwa dari tahun-tahun sebelumnya, pola klasemen akhir musim tidak jauh berbeda, dengan satu tim mendominasi. Perbedaannya, di musim ini aktor dominasi Bayern Munchen digantikan oleh Bayer Leverkusen.

Liga yang memiliki nilai entropi terendah adalah Ligue 1, dengan perbedaan cukup jauh (1,0226). Hal ini menunjukkan adanya dominasi satu tim, sehingga distribusi kekuatan tim dalam liga ini tidak merata. Dominasi tim Paris Saint-Germain sangat kuat dibandingkan tim-tim lainnya, membuat liga ini cenderung tidak kompetitif.

Akan tetapi distribusi kompetitifitas ini tidak hanya bergantung pada statistik klasemen, melainkan juga faktorfaktor eksternal, seperti kondisi ekonomi liga, dominasi tim besar, dan jumlah peserta tiap liga yang berbeda. Sebagai contoh, Premier League memiliki penonton terbanyak, memungkinkan lebih banyak tim berinvestasi kepada pemain berkualitas.

V. KESIMPULAN

Tingkat kompetitif suatu liga sepak bola sangat penting bagi kalangan tertentu, terutama untuk memicu daya tarik penonton maupun penggemar. Penelitian ini membuktikan bahwa aplikasi entropi Singular Value Decomposition mampu menunjukkan tingkat kompetitif suatu liga secara kuantitatif berdasarkan klasemen akhir liga. Nilai entropi yang didapatkan dari distribusi nilai singular pada matriks klasemen dapat memberikan gambaran kuantitatif terkait tingkat kompetitifitas tiap liga.

Pihak terkait seperti media, sponsorship, maupun penggemar dapat menggunakan data tingkat kompetitif ini untuk mengambil keputusan tertentu. Dengan demikian, diharapkan penelitian ini dapat menjadi contoh pengaplikasian sederhana dalam Aljabar Linier dan Geometri yang berguna di dalam kehidupan sehari-hari.

VI. SARAN

Saran untuk peneliti selanjutnya adalah perhitungan entropi bisa menggunakan lebih dari 4 variabel kinerja tim, yang memungkinkan untuk mendapatkan data yang lebih akurat. Untuk analisis yang lebih mendalam, dapat

mempertimbangkan faktor eksternal seperti pengeluaran tim, transfer pemain, dan sejarah dominasi tim tertentu. Selain itu, disarankan juga untuk meneliti tidak hanya satu musim, melainkan beberapa musim agar hasil yang didapatkan tidak mencerminkan satu musim saja, tetapi secara keseluruhan.

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama, saya mengucapkan puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena sudah memberikan saya kekuatan dan kesempatan untuk menyelesaikan makalah dengan judul "Analisis Tingkat Kompetitif Liga Sepak Bola Menggunakan Entropi Singular Value Decomposition pada Data Klasemen". Terima kasih kepada keluarga yang selalu menjadi motivasi penulis. Selain itu, saya juga berterima kasih kepada Bapak Ir. Rila Mandala, M.Eng., Ph.D. selaku dosen mata kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri, serta Bapak Dr. Ir. Rinaldi, M.T. selaku dosen lain mata kuliah ini juga yang penuh dengan gebrakan inovatifnya. Terima kasih untuk seluruh pihak yang membantu penulis menyelesaikan makalah ini, tidak lupa untuk Real Madrid yang selalu ada di hati.

LAMPIRAN

Kode yang digunakan dalam makalah ini dapat diakses melalui akun GitHub pribadi penulis: https://github.com/hgnhao/makalah-algeo

Video makalah dapat diakses pada link youtube ini: https://youtu.be/nP-XKZHxv1M

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Munir, Rinaldi. "IF2123 Aljabar Geometri Semester I Tahun 2024/2025", 2024. Tersedia pada: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/20 24-2025/algeo24-25.htm, diakses pada 30 Desember 2024.
- [2] Vernon-Carter, E. J., J. A. Ochoa-Tapia, and J. Alvarez-Ramirez. "Singular value decomposition entropy of the standing matrix for quantifying competitiveness of soccer leagues." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 625 (2023): 129007, diakses pada 30 Desember 2024.
- [3] Yulianty, Silvina R. "Teori Entropi Informasi: Mengukur Ketidakpastian dalam Dunia yang Terhubung", 2024. Tersedia pada: https://math.fmipa.ugm.ac.id/id/teori-entropi-informasi-mengukur-ketidakpastian-dalam-dunia-yang-terhubung/, diakses pada 30 Desember 2024
- [4] Shannon, C.E. A Mathematical Theory of Communication. The Bell System Technical Journal, 27(3), 379–423. 1948, diakses pada 31 Desember 2024
- [5] Khel Now. "Top 10 most watched football leagues in the world", Tersedia pada: https://khelnow.com/football/top-ten-most-watched-football-leagues-in-the-world, diakses pada 31 Desember 2024
- [6] Eurosport. "League Table 2023/2024", Tersedia pada: https://www.eurosport.com/football/, diakses pada 31 Desember 2024

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 31 Desember 2024



Kefas Kurnia Jonathan - 13523113